



Rysunek 1. Czwórnik RLC do wyznaczenia transmitancji operatorowej i równań stanu.

Dla przedstawionego powyżej czwórnika RLC wyznaczone zostaną modele w postaci transmitancji operatorowej oraz równań stanu. Warunki początkowe dla tego zagadnienia będą równe zero (WP=0).

1. Model w postaci transmitancji operatorowej $G(s)$.

Obwód potraktujemy jak dzielnik, obliczymy się jego impedancję zastępczą w postaci operatorowej. Zakładamy warunki początkowe równe zero (WP=0).

$$Z(s) = R + \frac{1}{s \cdot C} + s \cdot L$$

Napięcie wyjściowe $U_2(s)$ będzie zatem równe

$$U_2(s) = \frac{s \cdot L}{R + \frac{1}{s \cdot C} + s \cdot L} \cdot U_1(s)$$

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{s \cdot L}{R + \frac{1}{s \cdot C} + s \cdot L} \cdot \frac{s}{s}$$

$$G(s) = \frac{s^2 \cdot L}{s^2 \cdot L + s \cdot R + \frac{1}{C}}$$

2. Model w postaci równań stanu.

Ogólna postać równań stanu jest następująca:

$$\dot{\bar{x}} = [A] \cdot \bar{x} + [B] \cdot \bar{u}$$

$$\bar{y} = [C] \cdot \bar{x} + [D] \cdot \bar{u}$$

Gdzie:

[A]- macierz stanu, [B]- macierz sterowań, [C]- macierz wyjścia, [D]- macierz sprzężeń

$$u_1(t) - i(t) \cdot R - u_C(t) - u_L(t) = 0$$

$$u_1(t) - i(t) \cdot R - u_C(t) - u_2(t) = 0$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_C(t)}{dt}, u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

Ponieważ elementy R, L, C są połączone szeregowo więc:

$$i(t) = i_C(t) = i_L(t)$$

$$u_1(t) - R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} - u_C(t) - L \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$$

$$u_1(t) - R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} - u_C(t) - L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} = 0$$

Zapisujemy tak aby najwyższa pochodna była po prawej stronie równania

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} = -R \cdot C \cdot \frac{du_C(t)}{dt} - u_C(t) + u_1(t)$$

$$\frac{d^2 u_C(t)}{dt^2} = -\frac{R}{L} \cdot \frac{du_C(t)}{dt} - \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_C(t) + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_1(t)$$

Zapis w przestrzeni stanu, macierz stanu [A] i macierz sterowań [B]:

$$\begin{bmatrix} \frac{du_c(t)}{dt} \\ \frac{d^2u_c(t)}{dt^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{L \cdot C} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_c(t) \\ \frac{du_c(t)}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L \cdot C} \end{bmatrix} \cdot [u_1(t)]$$

Zapis w przestrzeni stanu, macierz(wektor) wyjścia [C] i macierz(wektor) sprzężeń [D]:

$$[u_L(t)] = [-1 \quad -R \cdot C] \cdot \begin{bmatrix} u_c(t) \\ \frac{du_c(t)}{dt} \end{bmatrix} + [1] \cdot [u_1(t)]$$

3. Wykorzystanie modeli w programie MATLAB.

Korzystając z otrzymanych modeli można wykorzystać przygotowane w matlabie funkcje do wykreślenia charakterystyk odpowiedzi na wymuszenia i charakterystyk częstotliwościowych.

lsim(l,m,u_{we},t)

impulse(A,B,C,D)

step(A,B,C,D)

bode(A,B,C,D)