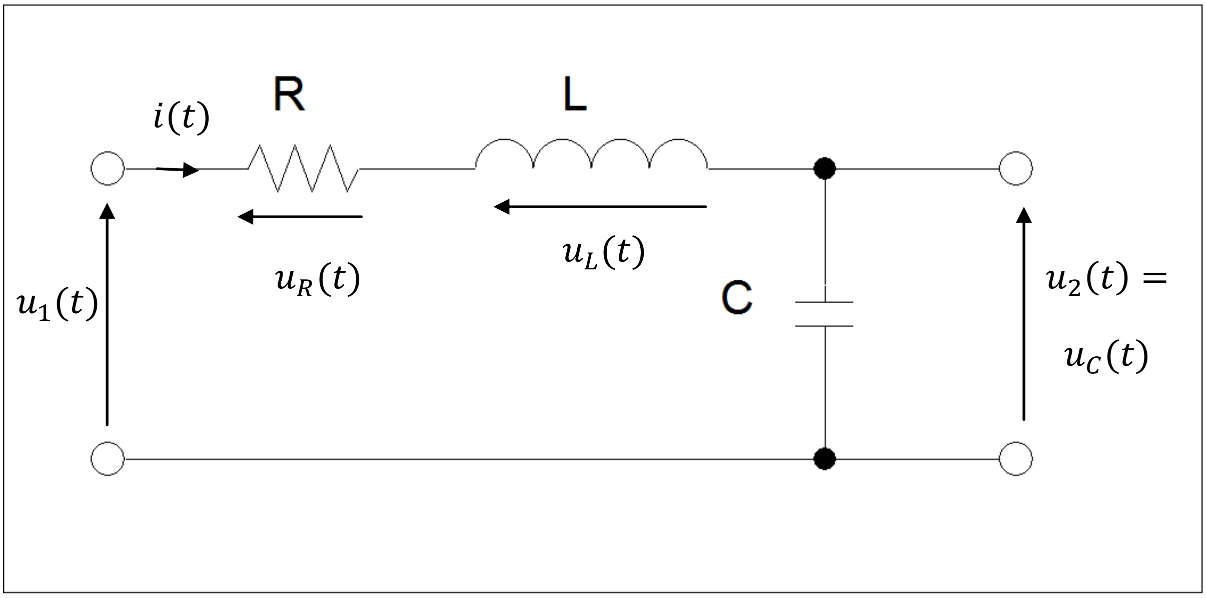

Rysunek 1. Czwórnik RLC do wyznaczenia transmitancji operatorowej i równań stanu.

Dla przedstawionego powyżej czwórnika RLC wyznaczone zostaną modele w postaci transmitancji operatorowej oraz równań stanu. Warunki początkowe dla tego zagadnienia będę równe zero (WP=0). Napięciem wyjściowym czwórnika jest napięcia na kondensatorze.

1. Model w postaci transmitancji operatorowej G(s).

Obwód potraktujemy jak dzielnik, obliczmy się jego impedancję zastępczą w postaci operatorowej. Zakładamy warunki początkowe równe zero (WP=0).

$$Z(s) = R + s \cdot L + \frac{1}{s \cdot C}$$

Napięcie wyjściowe $U_2(s)$ będzie zatem równe

$$U_2(s) = \frac{\frac{1}{s \cdot C}}{R + \frac{1}{s \cdot C} + s \cdot L} \cdot U_1(s)$$

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{s \cdot C} \cdot \frac{1}{R + \frac{1}{s \cdot C} + s \cdot L}$$

$$G(s) = \frac{1}{L \cdot C \cdot s^2 + R \cdot C \cdot s + 1}$$

2. Model w postaci równań stanu.

Ogólna postać równań stanu jest następująca:

$$\dot{\bar{x}} = [A] \cdot \bar{x} + [B] \cdot \bar{u}$$

$$\bar{y} = [C] \cdot \bar{x} + [D] \cdot \bar{u}$$

Gdzie:

[A]- macierz stanu, [B]- macierz sterowań, [C]- macierz wyjścia, [D]- macierz sprzężeń

$$u_1(t) - i(t) \cdot R - u_C(t) - u_L(t) = 0$$

$$u_1(t) - i(t) \cdot R - u_C(t) - u_2(t) = 0$$

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du_c(t)}{dt}, u_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

Ponieważ elementy R, L, C są połączone szeregowo więc:

$$i(t) = i_C(t) = i_L(t)$$

$$u_1(t) - R \cdot C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} - u_C(t) - L \cdot \frac{di(t)}{dt} = 0$$

$$u_1(t) - R \cdot C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} - u_C(t) - L \cdot C \cdot \frac{d^2u_C(t)}{dt^2} = 0$$

Zapisujemy tak aby najwyższa pochodna była po prawej stronie równania

$$L \cdot C \cdot \frac{d^2u_C(t)}{dt^2} = -R \cdot C \cdot \frac{du_c(t)}{dt} - u_C(t) + u_1(t)$$

$$\frac{d^2u_C(t)}{dt^2} = -\frac{R}{L} \cdot \frac{du_c(t)}{dt} - \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_C(t) + \frac{1}{L \cdot C} \cdot u_1(t)$$

Zapis w przestrzeni stanu, macierz stanu [A] i macierz sterowań [B]:

$$\begin{bmatrix} \frac{du_c(t)}{dt} \\ \frac{d^2u_C(t)}{dt^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{L\cdot C} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_C(t) \\ \frac{du_c(t)}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L\cdot C} \end{bmatrix} \cdot [u_1(t)]$$

Zapis w przestrzeni stanu, macierz(wektor) wyjścia [C] i macierz(wektor) sprzężeń [D]:

$$[u_C(t)] = [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} u_C(t) \\ \frac{du_c(t)}{dt} \end{bmatrix} + [0] \cdot [u_1(t)]$$

3. Symulacje w programie Matlab.

Posiadamy już wyznaczone dwa modele matematyczne. Pierwszy model matematyczny został wyznaczony w postaci transmitancji. Drugi model matematyczny wyznaczony został w postaci równań stanu. Posiadamy już niezbędne dane do przeprowadzenia symulacji w programie obliczeniowym matlab.

3.1. Symulacja w programie Matlab z zastosowaniem transmitancji.

Symulację odpowiedzi układu na wymuszenie skokowe można wykonać za pomocą funkcji lsim. Najpierw musimy jednak stworzyć m-plik z zawierający wartości parametrów obwodu elektrycznego.

lsim(l,m,u_{we},t), gdzie
l – wektor z współczynnikami licznika transmitancji operatorowej
m – wektor z współczynnikami mianownika transmitancji operatorowej
u_{we} – wektor wartości wymuszenia na wejściu układu
t – wektor czasu

Przykładowy kod do wykonania symulacji:

```
R=100;
L=0.01;
C=0.001;
t=0:0.000001:1;%definicja wektora czasu
uwe=ones(1,length(t));%definicja wymuszenia jednostkowego z zastosowaniem funkcji ones
l=[1];
m=[L*C R*C 1];
lsim(l,m,uwe,t);
```

3.2. Symulacja w programie Matlab z zastosowaniem równań stanu.

Matlab jest naprawdę potężnym narzędziem obliczeniowym. Posiada on w swoich zasobach funkcje pozwalające na wykreślenie charakterystyk impulsowej, charakterystyki skokowej oraz charakterystyk częstotliwościowych.

impulse(A,B,C,D)

step(A,B,C,D)

bode(A,B,C,D)

Za pomocą wyszczególnionych powyżej funkcji możemy wykreślić interesujące nas charakterystyki badanego obiektu. Niezbędne jest podanie jako parametrów wejściowych macierzy: stanu, sterowań, wyjścia i sprzężeń. W rozważanym przykładzie ich wygląd jest następujący:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{L \cdot C} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L \cdot C} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D = [0]$$