

Zastosowanie metody węzłowej do rozwiązania obwodu prądu przemiennego.

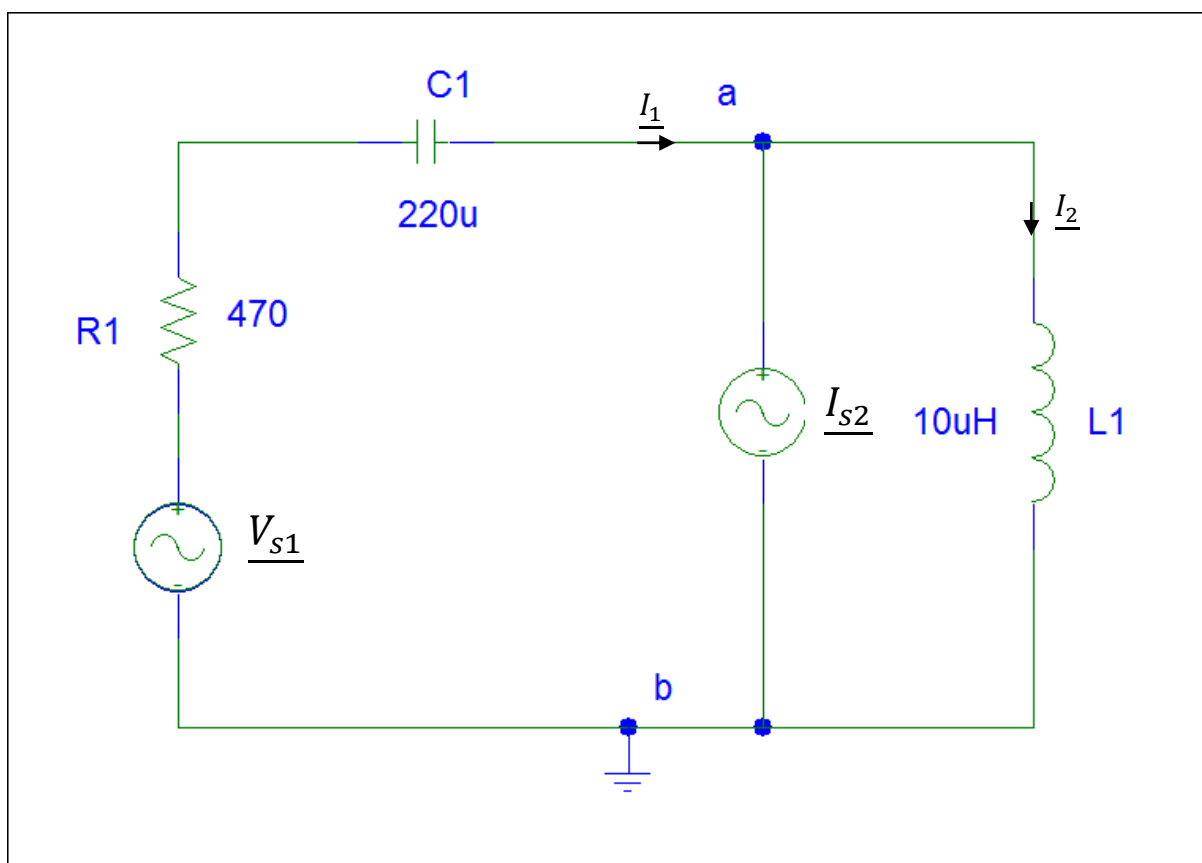
Zastosowana zostanie metoda węzłowa w celu wyliczenia prądów i napięć w gałęziach obwodu elektrycznego prądu stałego. Metoda potencjałów węzłowych opiera się na prądowym prawie Kirchhoffa. Liczba równań dla prądowego prawa Kirchhoffa i dla metody potencjałów węzłowych jest dana wzorem:

$$I.K \rightarrow n - 1$$

n – liczba węzłów

Obwód elektryczny poniżej ma dwa węzły. Liczba równań jest więc następująca

$$KCL \rightarrow n - 1 = 2 - 1 = 1$$



Rysunek 1. Obwód elektryczny prądu przemiennego.

W metodzie potencjałów węzłowych musimy założyć że jeden z węzłów ma potencjał elektryczny równy $0[V]$. Wybrany węzeł łączymy symbolicznie z potencjałem Ziemi. W tym przykładzie zakładamy że węzeł "b" ma potencjał $0[V]$. W tym przykładzie analizuje obwód elektryczny prądu przemiennego. Należy pamiętać, że wektor impedancji \underline{Z} ma trzy składowe: rezystancję R , reaktancję indukcyjną X_L i reaktancję pojemnościową X_C . Prądy i napięcia w analizowanym obwodzie są wektorami i zapisane są za pomocą liczb zespolonych.

Warto pamiętać o relacji pomiędzy impedancją i admitancją.

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} \text{ and } \underline{Z} = \frac{1}{\underline{Y}}$$

Równanie dla węzła "a"

$$\Sigma \left(\underline{I}_S \right)_a = \underline{V}_{s1} \cdot \underline{Y}_{R1C1} + \underline{I}_{s2} = \underline{V}_a \cdot \left(\underline{Y}_{R1C1} + \underline{Y}_{L1} \right) - \underline{V}_b \cdot \left(\underline{Y}_{R1C1} + \underline{Y}_{L1} \right)$$

$$\underline{Y}_{R1C1} = \frac{1}{R1 - j \frac{1}{\omega \cdot C}}$$

$$\underline{Y}_{L1} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L}$$

Ponieważ założyliśmy wartość potencjału węzła "b" równą zero $\underline{V}_b = 0$. Możemy uprościć równanie na sumę prądów źródłowych w węzle "a".

$$\Sigma \left(\underline{I}_S \right)_a = \underline{V}_{s1} \cdot \underline{Y}_{R1C1} + \underline{I}_{s2} = \underline{V}_a \cdot \left(\underline{Y}_{R1C1} + \underline{Y}_{L1} \right)$$

$$\underline{V}_{s1} \cdot \underline{Y}_{R1C1} + \underline{I}_{s2} = \underline{V}_a \cdot \left(\underline{Y}_{R1C1} + \underline{Y}_{L1} \right)$$

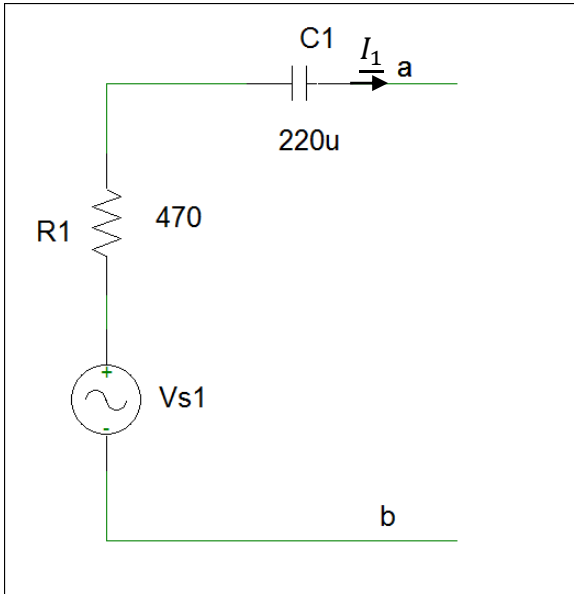
$$\underline{V}_a = \frac{\underline{V}_{s1} \cdot \underline{Y}_{R1C1} + \underline{I}_{s2}}{\left(\underline{Y}_{R1C1} + \underline{Y}_{L1} \right)}$$

Teraz obliczymy prądy w obwodzie. Musimy wziąć pod uwagę fakt że jedno z źródeł prądowych jest źródłem „wirtualnym”. Aby obliczyć prąd \underline{I}_1 musimy wrócić do schematu z przed transformacji.

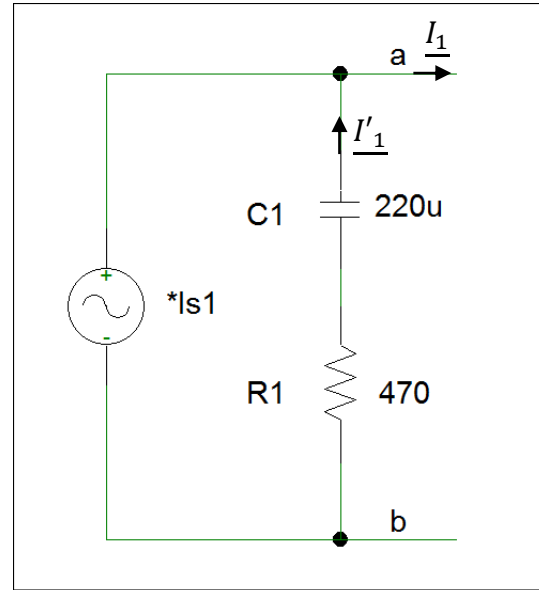
$$\underline{I}_1 = \underline{V}_{s1} \cdot \underline{Y}_{R1C1} + \underline{V}_a \cdot \underline{Y}_{R1C1}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{V}_a \cdot \underline{Y}_{L1}$$

Wyjaśnienie równania na prąd \underline{I}_1 jest na następnej stronie.



Rysunek 2. Gałąź z rezystorem $R1$, kondensatorem $C1$ i źródłem napięcia V_{s1} przed transformacją.



Rysunek 3. Gałąź z rezystorem $R1$, kondensatorem $C1$ i wirtualnym źródłem prądu $*I_{s1}$ po transformacji.

Jak widać na rysunkach powyżej gałąź pomiędzy węzłami "a" i "b" zmieniła się po transformacji. Wszystkie obliczenia wykonywaliśmy dla gałęzi w postaci z rysunku 3. Prąd I_1 zostanie wyznaczony poprzez prądowe prawo Kirchhoffa.

$$\underline{*I_{s1}} + \underline{I'_1} - \underline{I_1} = 0$$

$$\underline{I_1} = \underline{*I_{s1}} + \underline{I'_1}$$

$$\underline{I_1} = \underline{V_{s1}} \cdot \underline{Y_{R1C1}} + (\underline{V_a} - \underline{V_b}) \cdot \underline{Y_{R1C1}}$$

Ponieważ potencjał węzła "b" jest zero $\underline{V_b} = 0$

$$\underline{I_1} = \underline{V_{s1}} \cdot \underline{Y_{R1C1}} + \underline{V_a} \cdot \underline{Y_{R1C1}}$$

$$\underline{I_1} = \underline{V_{s1}} \cdot \frac{1}{R1 - j \frac{1}{\omega \cdot C}} + \underline{V_a} \cdot \frac{1}{R1 - j \frac{1}{\omega \cdot C}}$$