

Całka nieoznaczona przykład

Obliczyć całkę nieoznaczoną funkcji zamieszczonej poniżej

$$\int x^2 \cdot e^x \cdot dx$$

Twierdzenie o całkowaniu przez części zostanie zastosowane

$$\int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du$$
$$\int x^2 \cdot e^x \cdot dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x^2 \quad v = e^x \\ du = 2 \cdot x \quad dv = e^x \end{array} \right\}$$
$$x^2 \cdot e^x - \int 2 \cdot x \cdot e^x \cdot dx$$
$$x^2 \cdot e^x - 2 \cdot \int x \cdot e^x \cdot dx$$

Do wyrażenia podcałkowego zastosujemy jeszcze raz twierdzenie o całkowaniu przez części

$$\int x \cdot e^x \cdot dx = \left\{ \begin{array}{l} u_1 = x \quad v_1 = e^x \\ du_1 = 1 \quad dv_1 = e^x \end{array} \right\}$$
$$x^2 \cdot e^x - 2 \cdot \left[x \cdot e^x - \int e^x \cdot dx \right]$$
$$x^2 \cdot e^x - 2 \cdot [x \cdot e^x - e^x + C_1]$$
$$x^2 \cdot e^x - 2 \cdot x \cdot e^x + 2 \cdot e^x - 2 \cdot C_1$$
$$-2 \cdot C_1 = C$$
$$x^2 \cdot e^x - 2 \cdot x \cdot e^x + 2 \cdot e^x + C$$
$$mb(x) = x^2 \cdot e^x - 2 \cdot x \cdot e^x + 2 \cdot e^x + C$$

Policzmy pochodną funkcji uzyskanej w wyniku całkowania. Sprawdźmy w ten sposób czy wynik jest poprawny.

$$\frac{d}{dx} mb(x) = 2 \cdot x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x - 2 \cdot e^x - 2 \cdot x \cdot e^x + 2 \cdot e^x$$

$$\frac{d}{dx} mb(x) = x^2 \cdot e^x \rightarrow (OK)$$