

## Całki nieoznaczone podstawowych funkcji

$$\int dx = x + C$$

$$\int x^p \cdot dx = \frac{x^{p+1}}{p+1} + C$$

$$\int \frac{1}{x} \cdot dx = \int x^{-1} \cdot dx = \ln|x| + C$$

$$\int a^x \cdot dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\int e^x \cdot dx = e^x + C$$

$$\int \sin x \cdot dx = -\cos x + C$$

$$\int \cos x \cdot dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} \cdot dx = \tan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} \cdot dx = -\cot x + C$$

$$\int \frac{1}{x^2 + 1} \cdot dx = \arctan x + C$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \cdot dx = \arcsin x + C$$

$$\int \sinh x \cdot dx = \cosh x + C ; \sinh = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\int \cosh x \cdot dx = \sinh x + C ; \cosh = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\int \frac{1}{\sinh^2 x} \cdot dx = -\coth x + C$$

$$\int \frac{1}{\cosh^2 x} \cdot dx = \tanh x + C$$

## Podstawowe twierdzenia o całkowaniu funkcji

Całkowanie przez części. Jeśli funkcje  $f(x)$  i  $g(x)$  posiadają ciągłe pochodne, wtedy

$$\int f'(x) \cdot g(x) \cdot dx = f(x) \cdot g(x) - \int f(x) \cdot g'(x) \cdot dx$$

Przykład

$$\int x \cdot \sin x \cdot dx = \left\{ \begin{array}{l} f'(x) = \sin x \quad g(x) = x \\ f(x) = -\cos x \quad g'(x) = 1 \end{array} \right.$$

Całkowanie przez podstawienie. Jeśli funkcja  $f(x)$  jest ciągła i funkcja  $g(x)$  ma ciągłą pochodną oraz istnieje założenie  $f(x) \circ g(x)$  wtedy

$$\int f(g(x)) \cdot g'(x) \cdot dx = \left( \int f(x) \cdot dx \right) \circ g(x)$$

Przykład

$$\int (2 \cdot x + 1)^{10} \cdot dx = \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot x + 1 = t \quad g(x) \rightarrow t \\ 2 \cdot dx = dt \quad g'(x) \cdot dx \rightarrow dt \\ dx = \frac{dt}{2} \end{array} \right.$$